

# Producto Final

Miguel Ángel Juárez Pacheco

César Eduardo Pardenilla Herrera

Víctor Manuel Pérez López

Leonardo Pavía Bermejo

Universidad Modelo Ingeniería  
Automotriz

Mtro. Pascual Gabriel Pech Borges  
Proyectos I

20/11/2025

# ÍNDICE

<b>Introducción</b>	<b>3</b>
Dispositivos Históricos y Modernos para el Lanzamiento de Projectiles	3
Cinemática del Tiro Parabólico y Análisis de Dispersión	3
Medidas de Dispersión	4
<b>La Influencia de la Resistencia del Aire</b>	<b>5</b>
Consecuencias en la Trayectoria	5
<b>Materiales</b>	<b>6</b>
Figura 1	6
Figura 2	7
<b>Codos de PVC de 1" de diámetro</b>	<b>7</b>
Figura 3	7
Figura 4	8
Figura 5	8
<b>Ligas de resorte.</b>	<b>8</b>
Figura 6	9
Figura 7	10
Figura 8	10
Figura 9	12
Figura 10	13
<b>Cálculos:</b>	<b>14</b>
Ángulo de lanzamiento	14
Velocidad inicial	14
Trayectoria del proyectil	15
Tiempo en recorrer cierta distancia	15
Conclusión	16
<b>Bibliografías</b>	<b>16</b>

## **Introducción**

El tiro parabólico constituye un concepto fundamental en la ingeniería y la física, proveyendo el marco teórico necesario para la comprensión y predicción del movimiento de objetos bajo la influencia primordial de la fuerza de la gravedad y otros factores externos, como la resistencia del aire. Este informe tiene como objetivo principal profundizar en el análisis de los sistemas de lanzamiento de proyectiles, las características cinemáticas inherentes al tiro parabólico, y la influencia de variables como la resistencia del aire y las medidas de dispersión en la precisión y la trayectoria del proyectil. La comprensión detallada de estos principios resulta crítica para el diseño y la optimización de dispositivos de lanzamiento en diversas aplicaciones.

## **Dispositivos Históricos y Modernos para el Lanzamiento de Proyectiles**

A lo largo de la historia, la humanidad ha desarrollado una variedad de artefactos diseñados específicamente para impartir la velocidad inicial necesaria para un tiro parabólico efectivo. Estos dispositivos se basan en la acumulación y liberación de energía para impulsar el proyectil:

- Arcos: Instrumentos de origen antiguo que funcionan mediante el almacenamiento de energía potencial elástica en las palas del arco, que es generada por la tensión muscular del operador. Al liberarse, esta energía se transforma en energía cinética para propulsar la flecha.
- Catapultas: Sistemas mecánicos que emplean principios de la mecánica clásica,

utilizando palancas, resortes o la torsión de cuerdas para generar el impulso. Ejemplos históricos incluyen el *onagro* y el *trebuchet*, que demuestran la aplicación de la ventaja mecánica para lanzar grandes masas.

- Morteros: Dispositivos bélicos históricamente utilizados para disparar proyectiles con una trayectoria curva a cortas distancias. Emplean la combustión de la pólvora o propelentes modernos para generar una rápida expansión de gases, impulsando el proyectil desde un cañón corto y generalmente de ángulo elevado.

### **Cinemática del Tiro Parabólico y Análisis de Dispersión**

El movimiento de un proyectil en un tiro parabólico ideal puede ser descompuesto en dos componentes independientes:

1. Movimiento Rectilíneo Uniforme: Se aplica al componente horizontal de la velocidad. Asumiendo que no existe resistencia del aire, la velocidad horizontal se mantiene constante a lo largo de toda la trayectoria. {1}
2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado: Se aplica al componente vertical de la velocidad. Este movimiento está regido por la aceleración constante de la gravedad, la cual actúa hacia abajo. La velocidad vertical cambia linealmente con el tiempo. {1}

El estudio del tiro parabólico ideal permite determinar parámetros cruciales, incluyendo:

- Altura Máxima: El punto más alto de la trayectoria donde el componente vertical de la velocidad se anula. {1}
- Alcance Horizontal: La distancia total recorrida por el proyectil en el eje horizontal antes de impactar el plano de referencia. {1}
- Tiempo de Vuelo: El intervalo de tiempo desde el lanzamiento hasta el impacto final. {1}

### **Medidas de Dispersión**

En el análisis experimental de lanzamientos, las Medidas de Dispersión son herramientas estadísticas indispensables para evaluar la precisión y la consistencia de los resultados. Estas medidas cuantifican la variabilidad en los puntos de impacto del proyectil: {2}

- Desviación Estándar : Mide la dispersión promedio de los datos (puntos de impacto) respecto a la media. Un valor bajo indica alta precisión.{2}
- Varianza : Es el cuadrado de la desviación estándar y representa la dispersión total de los datos.{2}
- Rango: Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la variable medida.{2}
- Coeficiente de Variación: Es una medida relativa de la dispersión , útil para comparar la variabilidad de diferentes conjuntos de datos con distintas medias.{2}

Estas medidas son fundamentales para calibrar y perfeccionar el dispositivo de lanzamiento, permitiendo una cuantificación objetiva de su desempeño.{2}

## **La Influencia de la Resistencia del Aire**

En un entorno práctico, el movimiento del proyectil está significativamente afectado por la resistencia del aire, también conocida como fuerza de arrastre. Esta es una fuerza disipativa que siempre actúa en dirección opuesta al vector de velocidad instantánea del objeto que se desplaza a través de un fluido (el aire).

### **Consecuencias en la Trayectoria**

La inclusión de la resistencia del aire invalida la trayectoria parabólica ideal. Sus efectos más notables incluyen:

- Reducción del Alcance Horizontal: La componente horizontal de la velocidad ya no es constante, sino que disminuye progresivamente, resultando en un alcance menor que el predicho por las ecuaciones ideales.
- Asimetría de la Trayectoria: El tiempo de subida es generalmente mayor que el tiempo de bajada, haciendo que la parábola sea asimétrica.
- Disminución de la Altura Máxima: La fuerza de arrastre se opone al movimiento, reduciendo la velocidad inicial efectiva y, por ende, la altura máxima alcanzada.
- Afectación a la precisión: La sensibilidad a la resistencia del aire incrementa con la velocidad. Variaciones mínimas en la velocidad inicial, el ángulo o la forma del

proyectil pueden magnificar el efecto de la resistencia, dificultando la predicción y el control del punto de impacto.

## **Materiales**

### **Figura 1**

*Tubos de PVC*



Este material servirá como parte fundamental de la base del sistema, aportando tanto soporte estructural como estabilidad. Los tubos de PVC (figura 1 "Tubos de pvc") se emplearán para formar una estructura triangular, la cual brindará una mejor distribución del peso y un área de apoyo más firme para la ballesta. Gracias a su bajo costo, ligereza y facilidad de montaje, los tubos de PVC representan una opción práctica y eficiente para la construcción del prototipo. Además, su resistencia a la corrosión y su durabilidad los hacen ideales para proyectos experimentales o de laboratorio, permitiendo un armado y desarmado sencillo en caso de ajustes o mejoras futuras.

## **Figura 2**

*Codos de PVC de 1'' de diámetro*



Este material servirá para unir los tubos de PVC y así poder dar forma a la base del sistema. Su función principal es mantener firme y en equilibrio la estructura sobre el suelo, garantizando la estabilidad del montaje. Además, los conectores de PVC destacan por su bajo costo, fácil manipulación y rápida instalación junto con los tubos, lo que los convierte en una opción práctica y eficiente para la construcción de la base del sistema.

## **Figura 3**

*Tabla de madera de 30 x 45 cm*

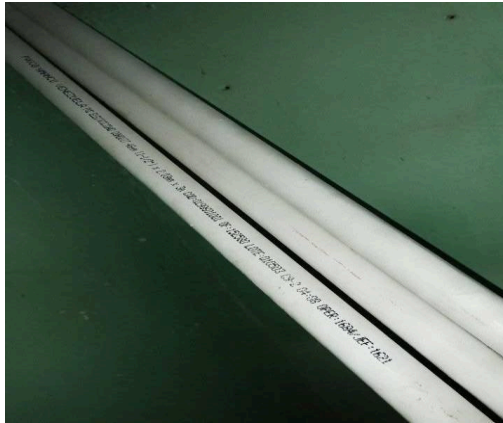


Esta tabla servirá como base para el mecanismo de la ballesta, proporcionando una superficie plana y estable para el montaje de los componentes. Además, ofrece una alta rigidez frente a las cargas a las que será sometida, asegurando la resistencia estructural del sistema. Su bajo peso contribuye a mantener la ligereza del conjunto,

facilitando su transporte y manipulación sin comprometer la estabilidad ni el rendimiento del mecanismo.

#### **Figura 4**

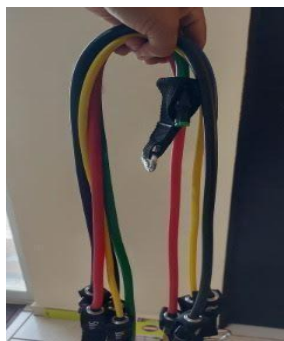
*Tubos de PVC de 3'' de diámetro.*



Este componente formará parte del sistema de la ballesta y será el encargado de contener la pelota antes del lanzamiento. Está diseñado para soportar las fuerzas ejercidas por la liga durante la tensión y el disparo. Además, se caracteriza por ser un material económico, de fácil ensamblaje y compatible con el resto de los elementos del sistema, lo que facilita su integración en la estructura general del dispositivo.

#### **Figura 5**

*Ligas de resortera.*



Este material será el encargado de lanzar la pelota en el dispositivo. Su principal característica es su alta elasticidad, lo que permite almacenar y liberar energía de



manera eficiente durante el lanzamiento. Además, es fácil de usar, reemplazar y ajustar, lo que facilita el mantenimiento del sistema. Presenta un bajo costo y una gran tolerancia al estiramiento, así como una buena capacidad de absorción de vibraciones, contribuyendo así a un funcionamiento más estable y duradero del mecanismo.

### **Figura 6**

*Proceso de construcción de la base*



Los avances realizados en el proyecto consistieron en la construcción de la base del sistema de disparo y en el diseño estructural de la propia ballesta (Figura 6) .Se presenta el proceso de elaboración de la base. Para su fabricación se emplearon tubos de PVC de 1 pulgada de diámetro, acompañados de codos de 45° que permitieron generar uniones estables entre las piezas. Cada tubo fue medido y posteriormente cortado hasta obtener una longitud uniforme de 71 cm, lo que permitió conformar un trípode resistente capaz de sostener adecuadamente el sistema de disparo.

### **Figura 7**

*Finalización de la base de la ballesta.*



Con el propósito de garantizar la firmeza de la estructura y evitar desplazamientos entre los tubos, se elaboraron manualmente dos piezas de madera que funcionan como abrazaderas. Estas piezas fueron cortadas utilizando una sierra caladora y perforadas con un taladro y broca para madera, creando tres orificios alineados que permitieron insertar los tubos de PVC y mantenerlos en una posición fija.

De esta manera, las abrazaderas proporcionaron estabilidad estructural al trípode, asegurando que la base soportará de manera eficiente el peso y las fuerzas generadas durante el funcionamiento del sistema de disparo.

### **Figura 8**

#### *Construcción del mecanismo de disparo*



Se muestra el proceso de construcción del sistema de disparo. Para este componente se empleó una base elaborada en madera, la cual fue cortada con dimensiones de 70 cm de largo por 17 cm de ancho, asegurando un área suficiente para soportar los elementos móviles del mecanismo.

Para el montaje del sistema se utilizaron soportes para cortinas, los cuales fueron fijados firmemente a la madera mediante pijas, de manera que estos funcionaran como soportes laterales del eje de inclinación.

Entre ambos soportes se colocó una pieza adicional de madera, la cual actuó como punto de anclaje entre el sistema de disparo y la base trípode previamente construida. A través de esta pieza se insertó un tornillo de 19 cm de longitud, el cual atraviesa también los soportes para cortina, permitiendo que estos se articulen de forma

controlada. Con el uso de arandelas se logró un ajuste seguro, ya que éstas distribuyen la presión y evitan daños sobre la madera.

Gracias a este eje, el sistema adquirió la capacidad de modificar su ángulo de inclinación en un rango amplio, permitiendo orientar el disparo según la necesidad de uso. Una vez definido el ángulo deseado, el tornillo puede apretarse para inmovilizar la estructura en una posición fija. Finalmente, todo el conjunto será atornillado a la base principal con el objetivo de garantizar estabilidad durante la operación y asegurar la precisión del sistema de disparo. (figura 7)

## **Figura 9**

### *Ensamble del Sistema de Disparo*



Para la construcción del sistema de disparo, se emplearon diversos materiales y elementos mecánicos con el fin de garantizar la estabilidad, precisión y funcionalidad del dispositivo. En primer lugar, se utilizaron pijas de 2 cm de longitud para fijar de manera segura tres tubos de PVC a dos piezas de madera que conforman la estructura base del sistema (figura 9). Estas pijas proporcionaron una unión firme entre los materiales, evitando desplazamientos o movimientos indeseados durante el funcionamiento del mecanismo. La elección del tamaño de las pijas respondió a la necesidad de asegurar una fijación sólida sin comprometer la integridad del PVC ni de

la madera, manteniendo una resistencia estructural adecuada para soportar las tensiones generadas en el momento del disparo.

Además, con el propósito de mejorar el ajuste entre los tubos y las piezas de madera, se incorporaron dos monedas de cinco pesos, las cuales fueron empleadas a manera de cuñas o separadores. Estas monedas permiten nivelar y alinear los tubos de PVC de forma precisa, garantizando que el sistema quedará correctamente centrado y equilibrado. Esta solución, aunque sencilla, resultó eficaz y de bajo costo, evidenciando una estrategia de aprovechamiento de materiales disponibles para optimizar la construcción del dispositivo.

### **Figura 10**

Ajustes a la conexión entre la base y el sistema de disparo



Posteriormente, se procedió a atornillar la parte superior de la base con el sistema de disparo, asegurando así una conexión estable entre ambas secciones. Esta unión permitió que el conjunto funcionara como una estructura integral, facilitando la transmisión de fuerza desde el sistema elástico hasta el proyectil. La correcta alineación de las piezas fue esencial para que el proyectil siguiera una trayectoria uniforme y predecible durante las pruebas de funcionamiento.

Asimismo, se implementó el uso de arandelas metálicas con el objetivo de mejorar el sistema de angulación del mecanismo de disparo (figura 10). Estas arandelas actuaron como elementos de soporte y distribución de carga, reduciendo la fricción entre las partes móviles y permitiendo un ajuste más suave y preciso del ángulo de lanzamiento. Gracias a su inclusión, fue posible modificar la inclinación del sistema con mayor facilidad, lo que facilitó la calibración del ángulo óptimo para obtener diferentes trayectorias del proyectil.

Finalmente, para la parte funcional del lanzamiento, se emplearon ligas con ganchos metálicos, las cuales actuaron como el componente elástico principal del sistema de disparo. Estas ligas fueron fijadas a la estructura mediante los ganchos, permitiendo acumular energía potencial elástica al ser tensadas y liberarla de manera controlada para impulsar el proyectil. La elección de este tipo de ligas se debió a su facilidad de reemplazo, bajo costo y capacidad de generar una fuerza de lanzamiento considerable sin requerir mecanismos complejos. En conjunto, el uso de pijas, monedas, arandelas y ligas permitió construir un sistema funcional, resistente y adaptable, elaborado principalmente con materiales accesibles y de fácil manipulación.

### **Cálculos:**

#### **Ángulo de lanzamiento**

Esta fórmula se usa en movimiento parabólico con diferentes alturas, para calcular el ángulo de lanzamiento ( $\alpha$ ) o la altura alcanzada por un proyectil cuando no se lanza ni aterriza al mismo nivel.

$$\tan \alpha = \frac{v_0^2}{g d} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{g^2 d^2}{v_0^4} - \frac{2g(b - a)}{v_0^2}} \right]$$

$$v_0 = 47.46 \text{ m/s}$$

$$d = 30 \text{ m}$$

$$a = 0.87 \text{ m}$$

$$b = 1.00 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_1 = \arctan(15.2371983) \approx 86.245^\circ$$

$$\alpha_2 = \arctan(0.06998210) \approx 4.003^\circ$$

### Velocidad inicial

Sirve para calcular la velocidad inicial necesaria para que un proyectil (por ejemplo, una pelota, chorro de agua o cualquier cuerpo) llegue exactamente al punto deseado.

$$v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{2a}} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{9.81(2.5)^2}{2(1.2)}} = 5.0 \text{ m/s (aprox.)}$$

### Trayectoria del proyectil

Describe la trayectoria del proyectil, relacionando la altura final con la distancia horizontal, el ángulo y la velocidad inicial.

$$b - a = d \tan(\alpha) - \frac{gd^2}{2v_0^2(\cos \alpha)^2}$$

### Tiempo en recorrer cierta distancia

Esta ecuación sirve para calcular el tiempo que tarda un proyectil en recorrer una distancia horizontal, cuando es lanzado con una cierta velocidad inicial y cierto ángulo.

$$t = \frac{d}{v_0 \cos \alpha}$$

- $v_0 = 20 \text{ m/s}$
- ángulo  $\alpha = 30^\circ$
- quieres saber cuánto tarda en recorrer  $d = 25 \text{ m}$

$$t = \frac{25}{20 \cos 30^\circ}$$

$$t = \frac{25}{20 \cdot 0.866} \approx 1.44 \text{ s}$$

Esta ecuación se usa para relacionar una altura con una distancia horizontal cuando conoces un ángulo  $\beta$ .

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$d = \frac{h}{\tan \beta}$$

$$d = \frac{1}{1} = 1 \text{ metro}$$

## Conclusión

El diseño, la construcción y la experimentación con dispositivos de lanzamiento de proyectiles representan una síntesis aplicada de principios de la física y la estadística. La trayectoria real de un proyectil es un fenómeno complejo que incorpora la cinemática del tiro parabólico ideal con los efectos no lineales de la resistencia del aire.

La ejecución exitosa de este tipo de experimento requiere una metodología minuciosa y un conocimiento profundo de los principios subyacentes. Al comprender y cuantificar los efectos de la gravedad, la inercia y, crucialmente, la resistencia del aire, es posible modelar y contrarrestar sus efectos negativos, permitiendo la optimización del dispositivo de lanzamiento. El uso riguroso de las medidas de dispersión proporcionará el *feedback* cuantitativo necesario para evaluar y refinar la precisión y el desempeño del sistema.

A continuación se muestra la tabla de datos recolectados:

**Tabla de datos 1**

Tiro	v0 (m/s)	Ángulo (°)	Tiempo vu	Alcance R	Error R-10
1	9.9598	44.05	1.5192	10.8748	0.8748
2	9.8154	44.446	1.5093	10.5762	0.5762
3	9.9982	45.353	1.5551	10.9262	0.9262
4	10.0599	44.174	1.5354	11.0784	1.0784
5	9.8736	44.06	1.508	10.6997	0.6997
6	9.7931	45.011	1.5194	10.5194	0.5194
7	9.717	44.398	1.4951	10.3801	0.3801
8	9.9639	45.09	1.5443	10.8632	0.8632
9	9.7938	45.179	1.5233	10.5166	0.5166
10	10.0271	44.013	1.5272	11.0131	1.0131

### **Bibliografías**

1. Fernández, J. L. (s. f.). Movimiento parabólico. Fisicalab. <https://www.fisicalab.com/apartado/movimiento-parabolico>. Ebook Estadística. (s. f).  
{1}
2. <https://www.todoestadistica.com.mx/medidas/dispersion.html> Movimiento de un proyectil. (s. f.). PhET. <https://phet.colorado.edu/es/simulations/projectile-motion> {2}